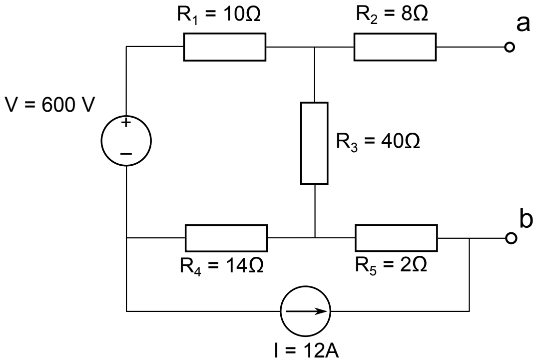
TFE4101 Krets- og Digitalteknikk
Vår 2016

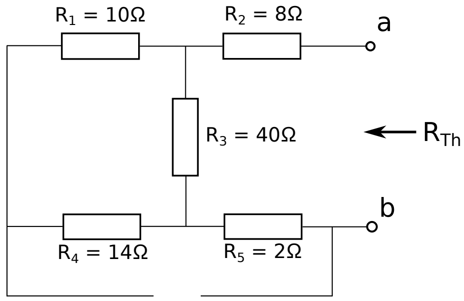
Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for elektronikk og telekomunikasjon

Løsningsforslag — Øving 4

1 Oppgave 1



a) Nullstiller kildene for å finne R_{Th} sett fra klemmene a og b. Spenningskilden blir en kortslutning og strømkilden blir en åpen krets:



Slår sammen R_1 og R_4 som nå står i serie:

$$R_{1,4} = R_1 + R_4 = 10\Omega + 14\Omega = 24\Omega$$

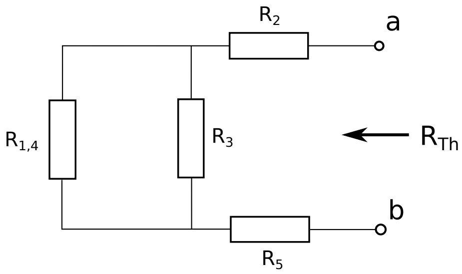
Videre slår vi sammen $R_{1,4}$ og R_3 som nå står i parallell:

$$R_{1,4,3} = R_{1,4} \,||\, R_3 = \frac{24\Omega \cdot 40\Omega}{24\Omega + 40\Omega} = 15\Omega$$

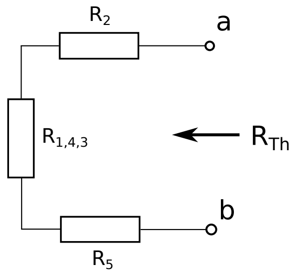
Vi kan nå finne R_{Th} ved å slå sammen de gjenstående motstandene som alle står i serie:

$$R_{Th} = R_2 + R_{1,4,3} + R_5 = 8\Omega + 15\Omega + 2\Omega = \underline{\underline{25\Omega}}$$

Forenklingene som er gjort underveis er vist i figurene nedenfor.

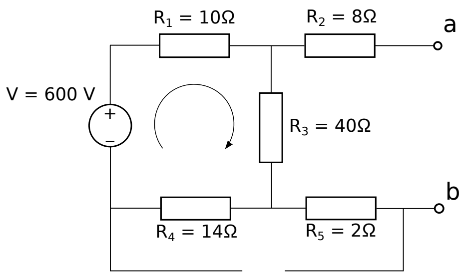


(a) Forenkling 1



(b) Forenkling 2

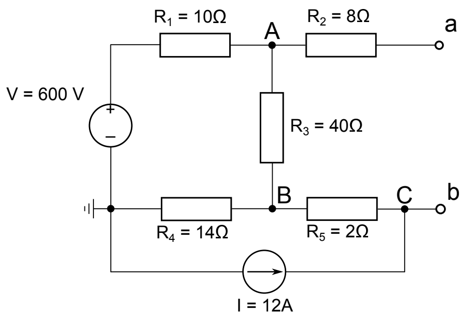
b) Thevenin-spenningen vil være spenningen som ligger over klemmene a og b når det ikke er noen kobling mellom dem. For å finne denne spenningen bruker vi superposisjon. Vi starter med å nullstille strømkilden, som blir en åpen krets:



Siden klemmene a og b står åpne, går det ingen strøm gjennom motstandene R_2 og R_5. Det vil bare gå strøm i sløyfa som vist i figuren. Spenningen som ligger over a og b er da lik spenningen over R_3 som kan finnes ved spenningsdeling:

$$V_{Th,1} = V_{R_3} = V \cdot \frac{R_3}{R_1 + R_3 + R_4} = 600V \cdot \frac{40\Omega}{10\Omega + 40\Omega + 14\Omega} = 375V$$

Deretter må vi nullstille spenningskilden, som blir en kortslutning, for å finne bidraget fra strømkilden på spenningen over a og b:



Bruker nodespenningsmetoden med referansenode som vist i figuren. Merk at det ikke går noen strøm gjennom R_2.

Node B

$$\frac{V_B}{R_1 + R_3} + \frac{V_B}{R_4} - I = 0$$

$$V_B R_4 + V_B(R_1 + R_3) = I(R_1 + R_3)R_4$$

$$V_B = \frac{I(R_1 + R_3)R_4}{R_1 + R_3 + R_4} = 131,25V$$

Node A

$$V_A = V_B \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_3} = 26,25V$$

Node C

$$V_C = V_B + I \cdot R_5 = 155,25V$$

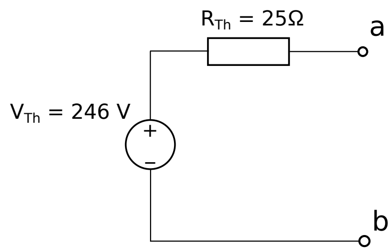
Dermed kan vi finne bidraget på V_{Th}:

$$V_{Th,2} = V_A - V_C = -129V$$

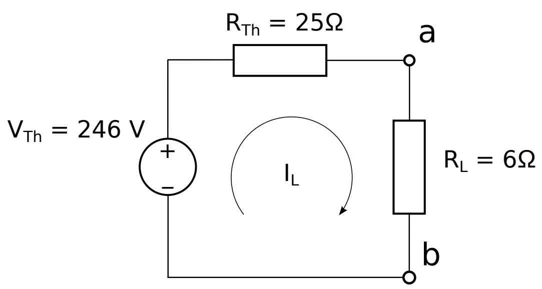
Den totale Thevenin-spenningen er summen av $V_{Th,1}$ og $V_{Th,2}$:

$$V_{Th} = V_{Th,1} + V_{Th,2} = \underline{\underline{246V}}$$

c) Thevenin-ekvivalenten til kretsen blir som vist i figuren nedenfor:



d) Vi kan benytte Thevenin-ekvivalenten til å beregne laststrømmen, noe som gjør analysen mye enklere:



$$I_L = \frac{V_{Th}}{R_{Th} + R_L} = \frac{246V}{(25+6)\Omega} = \underline{\underline{7,93A}}$$

Hvis vi vil finne spenningen over klemmene a og b kan vi bruke Ohms lov:

$$V_{AB} = I_L R_L = 47,6V$$

Kretsen har blitt lastet nedfra 246 V (ubelastet) til 47,6 V med 6Ω belastning.

2 Likeretter

Diodene er en brulikeretter som sørger for å likerette spenningen. Kondensatoren C glatter ut den likerettede spenningen fra brulikeretteren. Spenningen vil fremdeles følge en eksponentiell utladning. Motstanden R begrenser strømmen gjennom zenerdioden D_z. Til sammen utgjør R og C og et lavpassfilter. Zenerdioden D_z stabiliserer spenningen V_{ut}. Når V_{ut} stiger over zenerspenningen begynner det straks å gå en stor strøm gjennom zenerdioden. Dette fører til større spenningsfall over R og spenningen over D_z synker igjen. Dette medfører at D_z vil slippe gjennom strøm i den størrelsesorden som må til for at spenningsfallet over R til enhver tid er slik at V_{ut} er stabil og lik zenerspenningen til D_z.

3 Designrepresentasjon og abstraksjonsnivå

1) En strukturell representasjon beskriver produktet som et sett av komponenter og deres sammenkobling, og sier derfor ikke direkte noe om produktets funksjonalitet.
2) Når man skal beskrive et design med strukturell representasjon på registernivå så benyttes typisk komponenter som adderere, komparatorer, tellere, registre etc.

4 Generelle tallsystemer

a) 1) $100,10_{(5)} = 1*5^2 + 0*5^1 + 0*5^0 + 1*5^{-1} + 0*5^{-2} = 25,20_{(10)}$

2) $364,63_{(7)} = 3*7^2 + 6*7^1 + 4*7^0 + 6*7^{-1} + 3*7^{-2} = 193,92_{(10)}$

Her må det understrekes at svaret i 2) ikke er eksakt. Det ser man lett hvis man forsøker å konvertere svaret tilbake til 7-tallssystemet. Svaret i 1) er derimot eksakt.

b) 1) $720{,}12_{(10)} \rightarrow$ 6-tallssystemet:

Heltallsdel	Rest	Fraksjon	«Rest»
720:6 = 120	0 (LSD)	0,12*6 = 0,72	0 (MSD)
120:6 = 20	0	0,72*6 = 4,32	4
20:6 = 3	2	0,32*6 = 1,92	1 (LSD)
3:6 = 0	3 (MSD)	0,92*6 = 5,22	5

Svar: $720{,}12_{(10)} = 3200{,}042_{(6)}$

Legg merke til at det siste tallet må avrundes til 2 siden sifferet regnet ut etter LSD er 5 og

$$(0,0005)_6 = (5*6^{-4})_{10} = (0,0039)_{10} \geq 1/2(6^{-3})_{10} = (0,0023)_{10}$$

2) $600{,}75_{(10)} \rightarrow$ 5-tallssystemet:

Heltallsdel	Rest	Fraksjon	«Rest»
600:5 = 120	0 (LSD)	0,75*5 = 3,75	3 (MSD)
120:5 = 24	0	0,75*5 = 3,75	3
24:5 = 4	4	0,75*5 = 3,75	3 (LSD)
4:5 = 0	4 (MSD)	0,75*5 = 3,75	3

Svar: 600,75$_{(10)}$ = *4400,334*$_{(5)}$
Legg merke til at det siste tallet må avrundes til 4 siden sifferet regnet ut etter LSD er 3 og $(0,0003)_5 = (3 * 5^{-4})_{10} = (0,0048)_{10} \geq 1/2(5^{-3})_{10} = (0,0040)_{10}$.

c) Resultat -573.34$_{(8)}$ er framkommet etter avrunding

1. Resultatet dekker tallområdet $[-573,334_{(8)}; -573,344_{(8)}\rangle$. Dvs. fra og med -573,334 og opp til, men ikke inkludert, -573,344. -573,3437777 er altså for eksempel med.
2. Usikkerheten til resultatet er gitt ved $\pm \frac{1}{2}$ $(8^{-2})_{10}$ = $(0{,}0078)_{10}$.

5 Viktige tallsystemer

a) 32,11$_{(8)}$ = 011 010, 001 001$_{(2)}$

b) 11100110111, 01 $_{(2)}$ = 011 100 110 111, 010 $_{(2)}$ = 3467,2$_{(8)}$

c) FADE,BABE$_{(16)}$ =1111 1010 1101 1110, 1011 1010 1011 1110$_{(2)}$

d) 1101 1101 1110$_{(2)}$ = DDE$_{(16)}$

e) På BCD representasjon gir grupper av fire bit et enkelt siffer (0 - 9). Her får vi altså 0011 = 3 og 0110 = 6. Med andre ord 36.

6 Komplement-tall-aritmetikk

a) Legg merke til (i Tabell 1) at man i sign-magnitude kan representere $2^{N}–1$ tall med N bit siden representasjonen av 0 ikke er entydig. I 2's komplement greier man å representere 2^{N-1} negative tall. Man greier derimot bare å representere $2^{N-1}– 1$ positive tall siden fordi man må representere null også. Men tilsammen er dette ^{N} tall inkludert 0. Dermed kan man representere et større område med negative tall enn positive tall med 2's komplement.

b) A = 6$_{(10)}$ = 0110$_{(2)}$, B = 5$_{(10)}$ = 0101$_{(2)}$

A-B: 11100$_{(2)}$ (Mente) 0110$_{(2)}$ (A) + 1011$_{(2)}$ (2's kompl. av B) = $\cancel{1}$0001$_{(2)}$ Ignorer mente ut fra MSB (trunkerer). Svaret er positivt.	B-A: 00000$_{(2)}$ (Mente) 0101$_{(2)}$ (B) + 1010$_{(2)}$ (2's kompl. av A) = 1111$_{(2)}$ Ser av MSB at svaret er negativt. 2's komplement av 1111$_{(2)}$ er 0001$_{(2)}$. (Se tabell.) Det betyr at svaret er –1.

c) Generelt kan vi aldri få overflyt (overflow) hvis tallene vi adderer har motsatt fortegn–ett positivt og ett negativt tall summert må komme innenfor tallområdet. Hvis tallene derimot har likt fortegn vil overflow vise seg hvis MSB (mest signifikante bit) i svaret (etter trunkering) er ulikt MSB i hver av de to tallene som inngår i operasjonen. Når summen av to positive tall blir netgativ eller summen av to negative tall blir postiv, da skyldes feilen overflyt.

For 2's komplement gjelder dessuten at det er overflyt dersom mente inn og mente ut av fortegnsbitet (MSB) er forskjellig. Hvis begge fortegnsbit er 1, dvs.

Desimaltall	Binærtall(Sign-magnitude)	Binærtall (2's komplement)
7	0111	0111
6	0110	0110
5	0101	0101
4	0100	0100
3	0011	0011
2	0010	0010
1	0001	0001
0	0000 og 1000	0000
-1	1001	1111
-2	1010	1110
-3	1011	1101
-4	1100	1100
-5	1101	1011
-6	1110	1010
-7	1111	1001
-8	-	1000

Tabell 1: Tallrepresentasjon

to negative tall, så vil utgående mente være 1. Hvis inngående mente til MSB er 1, så betyr det at addisjonen gir en absoluttverdi som er mindre enn tallene som summeres, dvs. feil. På samme vis hvis begge tall har fortegnsbit 0, dvs. er positive, så er alltid mente ut fra MSB 0, men hvis mente inn til MSB er 1 så viser det at summen er større enn tallområdet, dvs. overflyt. Så istedet for å teste to komplekse tilfeller med positive eller negative tall kan betingelsen slås sammen til at inngående og utgående mente i MSB er forskjellig gir overflyt.

d) C = $-8_{(10)} = 1000_{(2)}$, D = $-3_{(10)} = 1101_{(2)}$

C+D:

$$\begin{array}{rrl} & 10000_{(2)} & \text{(mente)} \\ & 1000_{(2)} & \text{(2's komplement av C)} \\ + & 1101_{(2)} & \text{(2's komplement av D)} \\ = & \cancel{1}0101_{(2)} & \end{array}$$

Vi ser at MSB i svaret er ulikt MSB i tallene som inngår i operasjonen. Vi ser også at mente i kolonnen for fortegnsbittet er 0, mens resultatet av addisjonen i denne kolonnen gir mente ut = 1. (jfr. c)). Dette svaret ble galt fordi det ikke er representerbart med 4 bit. Hvis vi tar med det 5 bit'et (fortegnsforlenger før addisjonen) får vi at svaret er $10101_{(2)}$ ($-11_{(10)}$). Svaret ville dermed blitt riktig hvis vi hadde brukt 5 bit.

e) Alternativ e1 er korrekt. Vi har foretatt fortegnsforlenging ved å repetere fortegnsbittet to ganger.

7 Binær multiplikasjon og divisjon

a) A = $10101_{(2)}$ (2's komplement.), B = $10011_{(2)}$ (2's komplement.)
Se også eksempel 2.4 i Gajski. Dette er helt vanlig multiplikasjon, med to unntak:

- De skiftede multiplikandene summeres *etterhvert*, istedenfor å summere dem tilslutt.
- Man tar toer-komplementet av den siste skiftede multiplikanden. Dette gjøres helt konsekvent. Årsaken til dette er at fortegnsbittet har negativ posisjonsvekt.

Disse to punktene gjør det lett å realisere multiplikasjon i maskinvare.

Multiplikand	* Multiplikator
10101	* 10011
000000	Partielt produkt (med fortegns-forlengelse) før vi starter.
+110101	Multiplikand (med fortegns-forlengelse).
1110101	Første partielle produkt (med fortegns-forlengelse).
+110101	Skiftet (1 posisjon) multiplikand med (fortegns-forlengelse).
11011111	Andre partielle produkt (med fortegns-forlengelse).
+000000	Skiftet (2 posisjoner) multiplikand (med fortegns-forlengelse).
111011111	Tredje partielle produkt (med fortegns-forlengelse).
+000000	Skiftet (3 posisjoner) multiplikand (med fortegns-forlengelse).
1111011111	Fjerde partielle produkt (med fortegns-forlengelse).
+001011	2's kompl av skiftet (4 posisjoner) multiplikand (mff).
0010001111	= $143_{(10)}$ (Ignorer mente ut).

mff = «med fortegns-forlengelse».

> OBS: For å forstå oppgave 5a fullt ut, bør man først sette seg inn i:
>
> - Fortegnsforlengelse.
> - Hvorfor man tar toer-komplementet av den siste skiftede multiplikanden.

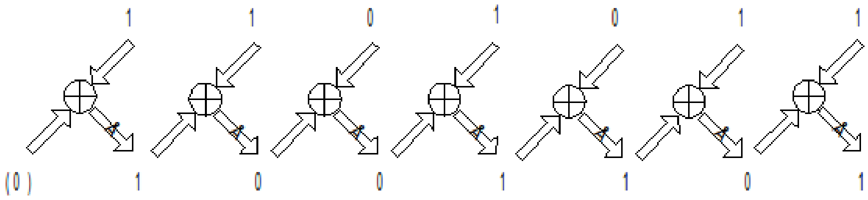
b) C = $10100000_{(2)}$, D = $111_{(2)}$
Dette er helt vanlig divisjon. Se også kapittel 2.8 i Gajski. Merk at tallene her er uten fortegn (positive).

	10100000	: 111 =	10110
-	111	Skiftet divisor går opp	(MSB = 1)
	110000	Ny dividend	
-	000	Skiftet divisor går ikke opp	(0)
	110000	Ny dividend	
-	111	Skiftet divisor går opp	(1)
	10100	Ny dividend	
-	111	Skiftet divisor går opp	(1)
	110	Ny dividend	
-	000	Skiftet divisor går ikke opp	(LSB = 0)
	110	Rest = $6_{(10)}$	

Det vil si at $10100000_{(2)} : 111_{(2)} = 10110_{(2)} + 110_{(2)}/111_{(2)} = 22_{(10)} + 6/7_{(10)}$

8 Gray-kode

a) 1)

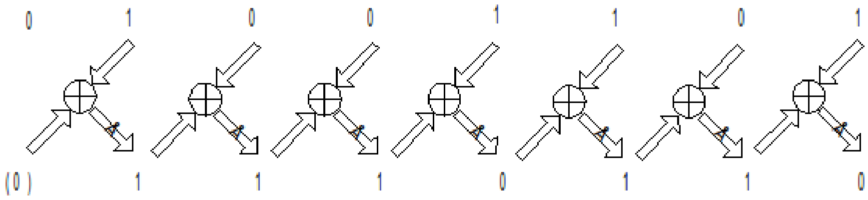


Alternativt:

$$\begin{array}{ccccccccccccccc}
 & 1 & & 1 & & 0 & & 1 & & 0 & & 1 & & 1 & \\
 & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & \\
(0) & \rightarrow\oplus\rightarrow & 1 & \rightarrow\oplus\rightarrow & 0 & \rightarrow\oplus\rightarrow & 0 & \rightarrow\oplus\rightarrow & 1 & \rightarrow\oplus\rightarrow & 1 & \rightarrow\oplus\rightarrow & 0 & \rightarrow\oplus\rightarrow & 1
\end{array}$$

Svar:1001101

2)



Alternativt:

$$\begin{array}{ccccccccccccccc}
 & 1 & & 0 & & 0 & & 1 & & 1 & & 0 & & 1 & \\
 & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & \\
(0) & \rightarrow\oplus\rightarrow & 1 & \rightarrow\oplus\rightarrow & 1 & \rightarrow\oplus\rightarrow & 1 & \rightarrow\oplus\rightarrow & 0 & \rightarrow\oplus\rightarrow & 1 & \rightarrow\oplus\rightarrow & 1 & \rightarrow\oplus\rightarrow & 0
\end{array}$$

Svar:1110110

b) 1)

$$\begin{array}{ccccccccccccccc}
(0) & \rightarrow\oplus\leftarrow & 0 & \rightarrow\oplus\leftarrow & 1 & \rightarrow\oplus\leftarrow & 1 & \rightarrow\oplus\leftarrow & 1 & \rightarrow\oplus\leftarrow & 1 & \rightarrow\oplus\leftarrow & 1 & \rightarrow\oplus\leftarrow & 1 \\
 & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & \\
 & 0 & & 1 & & 0 & & 0 & & 0 & & 0 & & 0 &
\end{array}$$

Svar: 0100000

2)

$$\begin{array}{ccccccccccccccc}
(0) & \rightarrow\oplus\leftarrow & 1 & \rightarrow\oplus\leftarrow & 0 & \rightarrow\oplus\leftarrow & 0 & \rightarrow\oplus\leftarrow & 0 & \rightarrow\oplus\leftarrow & 0 & \rightarrow\oplus\leftarrow & 0 & \rightarrow\oplus\leftarrow & 0 \\
 & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & \\
 & 1 & & 1 & & 0 & & 0 & & 0 & & 0 & & 0 &
\end{array}$$

Svar: 1100000

Legg her merke til at tallene i 1) og 2) følger etter hverandre i en binærsekvens, og at for å komme fra det ene til det andre må man invertere hele 7 bit. I Graykoden ser vi at de to tallene skiller seg fra hverandre i kun *en* bitposisjon.